

Subject :

Year. Month. Date. ()

فصل :

مدرس ، رتبه‌مندی و داریوس

Subject :

Year. Month. Date. ()

6.
2000-2001

جایگاه اول و دوم: (فصل پنجم و ششم در ترم اول)

فصل اول (ماتریک)

تعریف ماتریک

هر جدولی از اعداد، که به صورت m سطر و n ستون باشد، یک ماتریک $m \times n$ نامیده می‌شود.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

ستون n

سطر m

(*) هر یک از اعداد a_{ij} را یک عنصر در آن ماتریک می‌نامند.

(*) ماتریک A را $A = (a_{ij})$ می‌نویسند.

$m \times n$

تعداد سطر تعداد ستون

مثال:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

3×4

تعریف ماتریک:

① ماتریک سطر: ماتریکی که دارای یک سطر باشد.

$m=1$

مثال:

$$A = [1, 2, 3, 4]$$

تعداد سطر

② یک سطر و دو ستون: $A = (a_{ij})_{m \times n}$ و $B = (b_{ij})_{p \times q}$ را برابر گوئیم اگر

$$m=p, n=q$$

تعداد سطرها برابر تعداد ستونها برابر

یعنی $a_{ij} = b_{ij}$ (برای هر i, j)

۲) ماتریس معکوس: ماتریسی که ضرب درای یک ماتریس معکوس باشد.

$n=1$

مثال ۱
 $B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

۳) ماتریس معکوس: ماتریسی که ضرب در آن معکوس باشد.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

مثال ۲:
 به طریقی که در درم

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \neq \begin{bmatrix} -3 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

۴) $A = (a_{ij})_{m \times n}$ و $B = (b_{ij})_{m \times n}$ دو ماتریس $m \times n$ و K یک عدد حقیقی باشد.

الف) حاصل جمع دو ماتریس A و B ، یا $A+B$ نشان داده و به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$A+B = (a_{ij} + b_{ij})_{m \times n}$$

ب) حاصل ضرب عدد حقیقی K در ماتریس A ، یا KA نشان داده و به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$KA = (ka_{ij})_{m \times n}$$

عدد K در تمام عناصر ماتریس A ضرب می شود.

* توجه: اگر A و B دو ماتریس $m \times n$ و KA و $A+B$ دو ماتریس $m \times n$ باشند.

Subject: Math

Year: Month: Date:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 8 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Find

1. $A+B$, 2. $3A$, 3. $3A+B$

$$\begin{aligned} A+B &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3} + \begin{bmatrix} -1 & 3 & 8 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 5 & 11 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \end{aligned}$$

$$3A = 3 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ -3 & 9 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$\begin{aligned} 3A+B &= \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ -3 & 9 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 3} + \begin{bmatrix} -1 & 3 & 8 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \\ &= \begin{bmatrix} 2 & 9 & 17 \\ -3 & 8 & 5 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \end{aligned}$$

4. $-A$ (The negative of A) $-A = (-a_{ij})$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -2 & -3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

① تعریف دو متریس A و B ، $A - B$ متریس A من B ،
صورت زیر تعریف می کنیم

$$A - B = A + (-B)$$

متریس B من

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A - B = A + (-B)$$

$$-B = (-1) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A - B = A + (-B) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -7 & 0 \end{bmatrix}$$

✓

Subject:

Year: Month: Date: ()

✓
 (11) ضرب دوم آیس

شکل از حاصل ضرب ماتریس A در ماتریس B به آیس $m \times n$ و $n \times p$ به آیس $m \times p$ است.

$$A_{m \times p} \times B_{p \times n} = C_{m \times n}$$

به طور کلی

حاصل ضرب ماتریس A در ماتریس B، این است که AB شکل 3 و 2

به طور کلی معنی آن

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}_{2 \times 3} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} = c_{11}$$

$$a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} = c_{12}$$

Subject:

Year. Month. Date. ()

$$a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} = c_{11}$$

$$a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} = c_{21}$$

$$a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} = c_{31}$$

$$a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} = c_{12}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 + 2 + (-1) & -1 - 2 + 1 \\ (-1)(-2) + (2)(1) + (1)(-2) & (-1)(-1) + (2)(1) + (1)(1) \\ 2(-2) + (0)(1) + (1)(-2) & 2(-1) + (0)(-1) + (1)(1) \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$A \times B = AB = 8$$

سید

Subject:

Year:

Month:

Date:

()

نکته ۴: حاصل ضرب AB و حاصل ضرب BA هم دارن هستند

یعنی $AB \neq BA$ (یعنی حاصل ضرب AB و BA یکی نیست)

۱۲) خواص آدرس (A^T)

اگر A آدرس $n \times m$ و A^T آدرس $m \times n$ باشد

حاصل $A^T A$ آدرس $n \times n$ و $A A^T$ آدرس $m \times m$ است.

مثال:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad B^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

نکته ۵: اگر A آدرس $n \times m$ و A^T آدرس $m \times n$ باشد

۱۳) آدرس متعادل

آدرس مربع A متعادل گوئیم اگر $A = A^T$ باشد.

متعادل یعنی هر دو آدرس $n \times n$ و $m \times m$ باشند.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Ques. 15

$\mu, \kappa, \alpha, \omega, \epsilon$ A $s-A$ $\mu, \kappa, \alpha, \omega, \epsilon$ A $s-A$

دوسری صورت میں

(i) μ, c ও ρ নির্ভর করে

١٦٦ ع ١٢٨٠ سنة ١٢٨٠

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

! d l

۱۵) م. آرس. فطرک

[illegible]

$$As \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & a & \cdot & & & \\ \cdot & \gamma & \cdot & & & \\ \cdot & \cdot & \mu & & & \end{array} \right]$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix}$$

1. dE_{ph}

[illegible]

مدرسہ فقہیہ اسلامیہ مدرسہ اسلامیہ اسکالر کد شیخ الاسلام

مدرسہ اسلامیہ دارالعلوم دیوبند

(i) $\rightarrow$ قریب سہ (یعنی صریح و غیر صریح صریح سہ و صریح سہ)

آن عنصر قد اقبل ان يار ك ب م

$$: dE$$

$$A \approx \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

10. செய்து கொடு (17)

مدرسہ اسلامیہ

(i) $\cos^{-1} \cos \theta = \theta$

$$C^T C = C C^T = I \quad (ii)$$

: ১৫

1.2. Capacitors $C = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_1} & \frac{1}{r_1} \\ -\frac{1}{r_1} & \frac{1}{r_1} \end{bmatrix}$ $Q = Q_0$

$$C^T \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{r_f} & -\frac{1}{r_f} \\ \frac{1}{r_f} & \frac{1}{r_f} \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{r_1} \propto \frac{1}{r_2} \propto \frac{1}{r}$$

$$C C^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\frac{1}{\sqrt{2}})(\frac{1}{\sqrt{2}}) + (\frac{1}{\sqrt{2}})(\frac{1}{\sqrt{2}}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(*) صفات هین پژوهش ترفیع یافته و تصنیع داره سید

(*) خواص جمع و ضرب ماتریس ها (درست ها سوال امتحانی)

ا) A و B و C ماتریس n سطره

(1) $AI_n = A = I_n A$

(2) اگر $A_{m \times p}$ و $B_{p \times q}$ و $C_{q \times n}$ داریم

~~$A_{m \times n}$~~ $A(BC) = (AB)C$

$$A_{m \times p} \times (B_{p \times q} \times C_{q \times n}) = (A_{m \times p} \times B_{p \times q}) \times C_{q \times n}$$

Diagram showing dimensions: $m \times p$ for A, $p \times q$ for B, $q \times n$ for C. The intermediate result $A \times B$ has dimensions $m \times q$, and the final result $(A \times B) \times C$ has dimensions $m \times n$.

(3) اگر $AB = AC$ به معنی توانیم نتیجه گرفت که $B = C$

درصورتی که A برعکس پذیر باشد

(4) $C(A+B) = CA + CB$ (توزیع عمل ضرب نسبت به جمع)

(5) $(A^T)^T = A$ (معنی ترانپوز ترانپوز ماتریس A به ماتریس A برمیگردد)

(6) $(KA)^T = K(A^T)$ (معنی ترانپوز ضریب ازین به ایزین ماتریس A میماند)

$$(A+B)^T = A^T + B^T \quad (v)$$

برای آنکه مجموع دو ماتریس برابر باشد
برابر است

① اگر A و B دو ماتریس مربع $n \times n$ و $n \times n$ باشند

$$(AB)^T = B^T A^T$$

مضروب

یعنی برای آنکه حاصل ضرب دو ماتریس برابر باشد
رسم درجتهای برابر است

② تعریف سوال

① سوال و جواب اول $n \times n$ و $n \times n$

از راست به چپ

$$(AB)^T = B^T A^T$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(AB)^T = B^T A^T = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-2)(2) + (4)(-1) & (-2)(1) + (4)(2) \\ (3)(2) + (0)(-1) & (3)(1) + (0)(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 6 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

۱۴۱

Subject:

Year:

Month:

Date:

()

سؤال ۲) د نېټه ۱۷-۱۶ (س)

سؤال ۳) د نېټه ۱۷-۱۶ (س)

سؤال ۴) د نېټه ۱۷-۱۶ (س)

سؤال ۵) د نېټه ۱۷-۱۶ (س)

سؤال ۶) د نېټه ۱۶-۱۵ (س)

سؤال ۷) د نېټه ۱۶-۱۵ (س)

سؤال ۸) د نېټه ۱۶-۱۵ (س)

سؤال ۹) د نېټه ۱۷-۱۶ (س)

جواب: د نېټه ۱۷-۱۶

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 12 & 12 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$E B = \begin{bmatrix} 12 & 20 \\ -12 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-2C = \begin{bmatrix} -2a & -2b \\ -2c & -2d \end{bmatrix}$$

$$3A - 2C = E B$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 12 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2a & -2b \\ -2c & -2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 20 \\ -12 & 0 \end{bmatrix}$$

18

Subject:

Year:

Month:

Date:

()

$$4 - 2a \leq 12 \Rightarrow -2a \leq 12 - 4$$

$$-2a \leq 8 \Rightarrow \boxed{a \geq -4}$$

$$-4 - 2b \leq 20 \Rightarrow -2b \leq 20 + 4$$

$$\boxed{b \geq \frac{24}{-2} \leq -12}$$

$$12 - 2c \leq -18 \Rightarrow -2c \leq -18 - 12$$

$$-2c \leq -30 \Rightarrow \boxed{c \geq \frac{-30}{-2} \leq 15}$$

$$18 - 2d \leq 0 \Rightarrow -2d \leq 18 \Rightarrow \boxed{d \geq \frac{18}{-2} \leq -9}$$

$$c \geq \begin{bmatrix} -4 & 15 \\ 10 & -9 \end{bmatrix}$$

تعريف 1.1 $\det(A)$ or A

دترم ترس مربع A مجموع تمام عناصر قطر اصلی، A ترس d $\det(A)$ نیستی (مهم)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = (1) + (6) + (-2) = 5$$

۱۴۰۰

Subject:

Year:

Month:

Date:

()

نفس دوم در مین

به صورت آرس مربع عددی به نام در مین سب داده می شود
در مین م آرس A را $\det A = |A|$ نشان می دهند

* تعریف

① در مین م آرس 2×2

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

مثال:

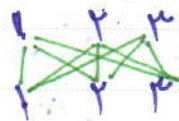
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \det A = (3)(1) - (2)(1) = -1$$

② مینور C_{ij}

اگر $A = (a_{ij})_{n \times n}$ در نظر بگیریم

مینور M_{ij} مینور $(n-1) \times (n-1)$ است که از حذف سطر i و ستون j مینور A به دست می آید. آنگاه در مینور M_{ij} از سطر i و ستون j حذف می شود.
عنصر a_{ij} در مینور A می نامیم.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$



محل

$$m_{11} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = (2)(4) - (1)(-2) = 10$$

$$m_{22} = \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = (-1)(4) - (2)(8) = -20$$

$$m_{33} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = (-1)(2) - (0)(4) = -2$$

محل (2)

محل: (2) (محل قبل)

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} |m_{ij}|$$

محل: (محل قبل)

$$A_{11} = (-1)^{1+1} |m_{11}| = (1)(10) = 10$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} |m_{22}| = (1)(-20) = -20$$

④ در مینورهای 3×3

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$\det A = a_{11} A_{11} + a_{12} A_{12} + a_{13} A_{13}$$

$$= a_{11} (-1)^{1+1} |M_{11}| + a_{12} (-1)^{1+2} |M_{12}| + a_{13} (-1)^{1+3} |M_{13}|$$

$$= a_{11} |M_{11}| - a_{12} |M_{12}| + a_{13} |M_{13}|$$

و به همین صورت می توان در مینورهای $n \times n$ به سطر دوم و سطر سوم و ... و به همین صورت به سطر اول دوم و سوم و ...

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det A = a_{11} |M_{11}| - a_{12} |M_{12}| + a_{13} |M_{13}|$$

$$= 1 \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (1) \left[\frac{0(1) - (3)(1)}{1} \right] + (1) \left[\frac{2(1) - (3)(3)}{-1} \right] + 2 \left[\frac{2(1) - (0)(3)}{1} \right]$$

$$= -14 + 10 + 14 = -1$$

حل در صورتی که A ، اسب به سطح (دم بدست) می‌باشد

$$\det A = a_{11} |M_{11}| + a_{12} |M_{12}| + a_{13} |M_{13}|$$

$$= -r \begin{vmatrix} -1 & r \\ c & 1 \end{vmatrix} + 0 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} m & r \\ r & r \end{vmatrix}}_{=0} + r \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ r & r \end{vmatrix}$$

$$= (r) \left[\frac{-1}{-9} - \frac{+1}{(1)} \right] + 0 - r \left[\frac{r}{(1)} - \frac{+r}{(-1)(r)} \right]$$

$$= 1\lambda + 0 - 2\lambda = -\lambda$$

تذکره: بنابر این از درمیتان، اسب به سحر و سحر بی بدست کوریم نه بعد از هفت روزی آن بسنه و سه حصصه گونته هندی شود.

$$A = (a_{ij})_{n \times n}$$

د) درمیان ۹۰ و ۹۰

de $tA = a_{i1} A_{i1} + a_{ir} A_{ir} + a_{ir} A_{ir} + \dots + a_{in} A_{in}$

$$= \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij}$$

Q. $\det A = a_{1j} A_{1j} + a_{2j} A_{2j} + \dots + a_{nj} A_{nj}$

P4PCO $= \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}$

سوال

Subject :

Year :

Month :

Date :

()

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 1 \\ 7 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad 4 \times 4$$

سوال :

$$\det A = a_{11} |M_{11}| - a_{12} |M_{12}| + a_{13} |M_{13}| - a_{14} |M_{14}|$$

$$= 4 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} - 0 |M_{12}| + 0 |M_{13}| - 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 7 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

① جواب درستی است
② جواب درستی است
③ جواب درستی است
④ جواب درستی است

$$|A^T| = |A| \quad (1)$$

ارزشی که از آن به دست می آید درستی است (برای است)

$$|A| = 0$$

② اگر تمام سطرها یا ستونها از یک سطر یا ستون باشند

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \det A = 0$$

سوال

(۳) اگر m غایت n سطر و n ستون A را در عدد k ضرب کنیم آنگاه در m ستون حاصل برابر kA می شود. یعنی اگر در m ستون A ضرب می شود

(۴) اگر در m ستون A یکی دو سطر و دو ستون را با هم عوض کنیم آنگاه در m ستون حاصل برابر -1 ضرب در m ستون A می شود.

(۵) اگر دو سطر و n ستون A را با هم k ضرب کنیم $|A| = 0$ حاصل: $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \det A = 0$

(۶) اگر در m ستون A یک سطر n ستون را در k ضرب کنیم و آن را با سطر n یکی k ضرب کنیم آنگاه در m ستون حاصل k در m ستون A برابر است.

(۷) $|AB| = |A||B|$ (در m ستون حاصل ضرب دو m ستون A و B حاصل ضرب $|A||B|$ است)

(۸) در m ستون A یکی k ضرب می شود و k در m ستون A برابر است

مثال: $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\det A = (-1)(2)(3)(4) = -24$

$$|I_n| \geq 1$$

(۱۰) در مین یک آرس، ۶۰ میلی c - ۵۰ میلی c شین میلی برابر جرم مذاب
عنصر روی قرار می .
مثال :

$$A \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \mu & \mu \\ 0 & \mu & \mu \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$

$$\det A = (1)(2)(4) = 8$$

Edis 00

jeis Quico. Quico

$\det A \neq 0$ و $\det A = 0$ را منفرد نمی‌نامیم.
 A را $\det A = 0$ را منفرد نمی‌نامیم.

تذکرہ سوال :

سند ۲۰۱۲ بابت اول ۱۵-۱۶

پروانہ سب درمیان است کہ

~~$$\begin{matrix} a & b & c \\ b+c & a+c & a+b \end{matrix}$$~~

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b+c & a+c & a+b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

100% 45% 50%

$$= (a+b+c) \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a+b+c)(0) = 0$$

۱) تفاوت دوسر A و B

۱) تقویم دو سطح A و B
۲) مرتب سطح A در یک عدد منفی

(۴) ضرب یک عدد در یک عدد از جنس A و جمع کردن آن به سطر اول.

۱. α به نسبت C و $C(0)$ ، β به نسبت $C(0)$ و $C(1)$ ، γ به نسبت $C(1)$ و $C(2)$ ، δ به نسبت $C(2)$ و $C(3)$ ، ϵ به نسبت $C(3)$ و $C(4)$ ، ζ به نسبت $C(4)$ و $C(5)$ ، η به نسبت $C(5)$ و $C(6)$ ، θ به نسبت $C(6)$ و $C(7)$ ، ι به نسبت $C(7)$ و $C(8)$ ، κ به نسبت $C(8)$ و $C(9)$ ، λ به نسبت $C(9)$ و $C(10)$ ، μ به نسبت $C(10)$ و $C(11)$ ، ν به نسبت $C(11)$ و $C(12)$ ، ξ به نسبت $C(12)$ و $C(13)$ ، $\omicron$ به نسبت $C(13)$ و $C(14)$ ، π به نسبت $C(14)$ و $C(15)$ ، ρ به نسبت $C(15)$ و $C(16)$ ، σ به نسبت $C(16)$ و $C(17)$ ، τ به نسبت $C(17)$ و $C(18)$ ، υ به نسبت $C(18)$ و $C(19)$ ، ϕ به نسبت $C(19)$ و $C(20)$ ، χ به نسبت $C(20)$ و $C(21)$ ، ψ به نسبت $C(21)$ و $C(22)$ ، ω به نسبت $C(22)$ و $C(23)$ ، φ به نسبت $C(23)$ و $C(24)$ ، ϑ به نسبت $C(24)$ و $C(25)$ ، ϖ به نسبت $C(25)$ و $C(26)$ ، $\var�$ به نسبت $C(26)$ و $C(27)$ ، $\var�$ به نسبت $C(27)$ و $C(28)$ ، $\var�$ به نسبت $C(28)$ و $C(29)$ ، $\var�$ به نسبت $C(29)$ و $C(30)$ ، $\var�$ به نسبت $C(30)$ و $C(31)$ ، $\var�$ به نسبت $C(31)$ و $C(32)$ ، $\var�$ به نسبت $C(32)$ و $C(33)$ ، $\var�$ به نسبت $C(33)$ و $C(34)$ ، $\var�$ به نسبت $C(34)$ و $C(35)$ ، $\var�$ به نسبت $C(35)$ و $C(36)$ ، $\var�$ به نسبت $C(36)$ و $C(37)$ ، $\var�$ به نسبت $C(37)$ و $C(38)$ ، $\var�$ به نسبت $C(38)$ و $C(39)$ ، $\var�$ به نسبت $C(39)$ و $C(40)$ ، $\var�$ به نسبت $C(40)$ و $C(41)$ ، $\var�$ به نسبت $C(41)$ و $C(42)$ ، $\var�$ به نسبت $C(42)$ و $C(43)$ ، $\var�$ به نسبت $C(43)$ و $C(44)$ ، $\var�$ به نسبت $C(44)$ و $C(45)$ ، $\var�$ به نسبت $C(45)$ و $C(46)$ ، $\var�$ به نسبت $C(46)$ و $C(47)$ ، $\var�$ به نسبت $C(47)$ و $C(48)$ ، $\var�$ به نسبت $C(48)$ و $C(49)$ ، $\var�$ به نسبت $C(49)$ و $C(50)$ ، $\var�$ به نسبت $C(50)$ و $C(51)$ ، $\var�$ به نسبت $C(51)$ و $C(52)$ ، $\var�$ به نسبت $C(52)$ و $C(53)$ ، $\var�$ به نسبت $C(53)$ و $C(54)$ ، $\var�$ به نسبت $C(54)$ و $C(55)$ ، $\var�$ به نسبت $C(55)$ و $C(56)$ ، $\var�$ به نسبت $C(56)$ و $C(57)$ ، $\var�$ به نسبت $C(57)$ و $C(58)$ ، $\var�$ به نسبت $C(58)$ و $C(59)$ ، $\var�$ به نسبت $C(59)$ و $C(60)$ ، $\var�$ به نسبت $C(60)$ و $C(61)$ ، $\var�$ به نسبت $C(61)$ و $C(62)$ ، $\var�$ به نسبت $C(62)$ و $C(63)$ ، $\var�$ به نسبت $C(63)$ و $C(64)$ ، $\var�$ به نسبت $C(64)$ و $C(65)$ ، ω به نسبت $C(65)$ و $C(66)$ ، $\var�$ به نسبت $C(66)$ و $C(67)$ ، $\var�$ به نسبت $C(67)$ و $C(68)$ ، $\var�$ به نسبت $C(68)$ و $C(69)$ ، $\var�$ به نسبت $C(69)$ و $C(70)$ ، $\var�$ به نسبت $C(70)$ و $C(71)$ ، $\var�$ به نسبت $C(71)$ و $C(72)$ ، $\var�$ به نسبت $C(72)$ و $C(73)$ ، $\var�$ به نسبت $C(73)$ و $C(74)$ ، $\var�$ به نسبت $C(74)$ و $C(75)$ ، $\var�$ به نسبت $C(75)$ و $C(76)$ ، $\var�$ به نسبت $C(76)$ و $C(77)$ ، $\var�$ به نسبت $C(77)$ و $C(78)$ ، $\var�$ به نسبت $C(78)$ و $C(79)$ ، $\var�$ به نسبت $C(79)$ و $C(80)$ ، $\var�$ به نسبت $C(80)$ و $C(81)$ ، $\var�$ به نسبت $C(81)$ و $C(82)$ ، $\var�$ به نسبت $C(82)$ و $C(83)$ ، $\var�$ به نسبت $C(83)$ و $C(84)$ ، $\var�$ به نسبت $C(84)$ و $C(85)$ ، $\var�$ به نسبت $C(85)$ و $C(86)$ ، $\var�$ به نسبت $C(86)$ و $C(87)$ ، $\var�$ به نسبت $C(87)$ و $C(88)$ ، $\var�$ به نسبت $C(88)$ و $C(89)$ ، $\var�$ به نسبت $C(89)$ و $C(90)$ ، $\var�$ به نسبت $C(90)$ و $C(91)$ ، $\var�$ به نسبت $C(91)$ و $C(92)$ ، $\var�$ به نسبت $C(92)$ و $C(93)$ ، $\var�$ به نسبت $C(93)$ و $C(94)$ ، $\var�$ به نسبت $C(94)$ و $C(95)$ ، $\var�$ به نسبت $C(95)$ و $C(96)$ ، $\var�$ به نسبت $C(96)$ و $C(97)$ ، ω به نسبت $C(97)$ و $C(98)$ ، $\var�$ به نسبت $C(98)$ و $C(99)$ ، $\var�$ به نسبت $C(99)$ و $C(100)$ ، $\var�$ به نسبت $C(100)$ و $C(101)$ ، $\var�$ به نسبت $C(101)$ و $C(102)$ ، $\var�$ به نسبت $C(102)$ و $C(103)$ ، $\var�$ به نسبت $C(103)$ و $C(104)$ ، $\var�$ به نسبت $C(104)$ و $C(105)$ ، $\var�$ به نسبت $C(105)$ و $C(106)$ ، $\var�$ به نسبت $C(106)$ و $C(107)$ ، $\var�$ به نسبت $C(107)$ و $C(108)$ ، $\var�$ به نسبت $C(108)$ و $C(109)$ ، $\var�$ به نسبت $C(109)$ و $C(110)$ ، $\var�$ به نسبت $C(110)$ و $C(111)$ ، $\var�$ به نسبت $C(111)$ و $C(112)$ ، $\var�$ به نسبت $C(112)$ و $C(113)$ ، $\var�$ به نسبت $C(113)$ و $C(114)$ ، $\var�$ به نسبت $C(114)$ و $C(115)$ ، $\var�$ به نسبت $C(115)$ و $C(116)$ ، $\var�$ به نسبت $C(116)$ و $C(117)$ ، $\var�$ به نسبت $C(117)$ و $C(118)$ ، $\var�$ به نسبت $C(118)$ و $C(119)$ ، $\var�$ به نسبت $C(119)$ و $C(120)$ ، $\var�$ به نسبت $C(120)$ و $C(121)$ ، $\var�$ به نسبت $C(121)$ و $C(122)$ ، $\var�$ به نسبت $C(122)$ و $C(123)$ ، $\var�$ به نسبت $C(123)$ و $C(124)$ ، $\var�$ به نسبت $C(124)$ و $C(125)$ ، $\var�$ به نسبت $C(125)$ و $C(126)$ ، $\var�$ به نسبت $C(126)$ و $C(127)$ ، $\var�$ به نسبت $C(127)$ و $C(128)$ ، $\var�$ به نسبت $C(128)$ و $C(129)$ ، ω به نسبت $C(129)$ و $C(130)$ ، $\var�$ به نسبت $C(130)$ و $C(131)$ ، $\var�$ به نسبت $C(131)$ و $C(132)$ ، $\var�$ به نسبت $C(132)$ و $C(133)$ ، $\var�$ به نسبت $C(133)$ و $C(134)$ ، $\var�$ به نسبت $C(134)</$

① $R_i \rightleftharpoons R_j$ ، یعنی سطح i ام و سطح j ام را بهم تعویض (ده ام)

(۴) KR_1
 KR_2

(۲) $R_j + k R_i$ ، یعنی k بار R_i را به R_j اضافه می‌کنیم و به R_j اضافه می‌کنیم.

در زمین‌های حاصلخیز و آبیاری شده، با استفاده از کودهای مختلف، می‌توان به دست آورد:

۲۷

Subject:

Year: Month: Date:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l|ccc} R_1 & 2 & 2 & -2 \\ R_2 & -1 & -1 & 1 \\ R_3 & 3 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|ccc} R_1 & 2 & 2 & -2 \\ \hline 2R_1 & 4 & 4 & -4 \\ R_2 & -1 & -1 & 1 \\ R_3 & 3 & 2 & 0 \end{array}$$

معادله
رویه اول
برای
معادله

$$\begin{array}{l|ccc} R_1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline R_1 + R_2 & -1 & -1 & 1 \\ \hline R_1 + R_3 & 3 & 2 & 0 \end{array}$$

معادله
رویه اول
برای
معادله

معادله

معادله

$$\begin{array}{l|ccc} R_1 & a & b & c \\ R_2 & b+c & a+c & a+b \\ R_3 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|ccc} R_1 + R_2 \rightarrow R_1 & a & b & c \\ \hline R_1 + R_2 & a+b+c & a+b+c & a+b+c \\ R_2 & 1 & 1 & 1 \\ R_3 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

معادله
رویه اول
برای
معادله

$$(a+b+c) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (a+b+c) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

معادله

توجه: به این دل سطرهای متوجهی بدان و ترس این و ترس فکری به به سطرهای به سطرهای
 سطرهای تبدیل کرد و به سطرهای ۸ و ۱۰ (۱۰ فصل فکری) در سطرهای ۸ و ۱۰
 آورد.

مثال ۱:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 7 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} R_1 & 1 & -3 & 0 & \\ R_2 & 3 & 2 & 0 & \\ R_3 & 7 & -1 & 2 & \end{array} \xrightarrow{3R_2 + R_1 \rightarrow R_1} \begin{array}{c|ccc|c} & 1 & -3 & 0 & \\ & 3 & 2 & 0 & \\ & 7 & -1 & 2 & \end{array} = (1, 1, 1) = 2.$$

توجه ۷: ترس الفهائی A

ترانزاده ترس هاست: A ترس الفهائی A ترس الفهائی A ترس الفهائی A

$$\text{adj}(A) = (A_{ij})^T$$

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ji}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{adj}(A) = B^T$$

$$B = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{adj} A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 \\ 2 & -5 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} |m_{11}| = (-1)^1 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4$$

$$A_{12} = -2$$

$$A_{13} = -3$$

$$A_{21} = 1$$

$$A_{22} = -0$$

$$A_{23} = 3$$

$$A_{31} = -0$$

$$A_{32} = 4$$

$$A_{33} = -1$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -3 \\ 1 & -0 & 3 \\ -0 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{adj } A = B^T = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -0 \\ -2 & -0 & 4 \\ -3 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

)) وارون معکوس

معکوس مربع A ، وارون B (توهم) (معکوس مربعی معکوس B و وارون A است) به عبارتی

$$AB = BA = I_n$$

نکته: اگر معکوس A وارون B به عبارتی وارون آن معکوس A است.

زیر آن C ، B معکوس وارون A به عبارتی C وارون A است.

$$(BA = AB = I_n) \text{ و } (CA = AC = I_n)$$

$$C = C I_n = C (AB) = (CA) B = I_n B = B$$

مسئله: وارون معکوس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، ایست A^{-1} را بیابید.

B راوردن به آس A نوشتن

$$AB \sim \int r$$

$$\begin{bmatrix} -1 & p \\ 0 & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -a + \gamma c = 1 \Rightarrow -a = 1 \Rightarrow \boxed{a = -1} \\ -b + \gamma d = 0 \Rightarrow -b + \gamma\left(\frac{1}{\gamma}\right) = 0 \Rightarrow -b = -\frac{1}{\gamma} \Rightarrow \boxed{b = \frac{1}{\gamma}} \\ c = 0 \Rightarrow \boxed{c = 0} \\ d = 1 \Rightarrow \boxed{d = \frac{1}{\gamma}} \end{cases}$$

$$B = A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{\gamma} \\ 0 & \frac{1}{\epsilon} \end{bmatrix}$$

نکته: در معکوس A^{-1} از $\det A \neq 0$ استفاده داریم و این
صورت وارون معکوس A وجود ندارد.

روش بدست آوردن واردين معترس

روش اول:

بدست آوردن معتر واردين معترس با استفاده از معترس الحاقی

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{adj} A$$

مثال: واردين معترس زیر را بدست آورید (به روش معترس الحاقی)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\det A = (1) |m_{11}| - 2 |m_{12}| + 3 |m_{13}| = -7$$

چون $\det A \neq 0$ بنابراین A واردين پذیر است.

$$\text{adj} A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -5 \\ -2 & -5 & 4 \\ -2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-7} \begin{bmatrix} 4 & 1 & -5 \\ -2 & -5 & 4 \\ -2 & 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{5}{7} \\ \frac{2}{7} & \frac{5}{7} & -\frac{4}{7} \\ \frac{2}{7} & -\frac{3}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

* روش دوم

اجمال سطرى مقدمه

~~برای تبدیل ماتریس وارون به ماتریس جانشینده از روش دوم~~در این روش ماتریس جانشینده از اجمال سطرى مقدمه ماتریس A را به ماتریس

همانی تبدیل می کنیم به صورت زیر

$$[A | I] \xrightarrow[\text{سطرى مقدمه}]{\text{روش اجمال}} [I | B]$$

انتها ماتریس B حاصل همان ماتریس وارون می باشد.

مثال: وارون ماتریس زیر را بدست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det A \neq 0$$

نتیجه این A وارون پذیر است.

$$[A | I] \xrightarrow[R_1 \leftrightarrow R_3]{\substack{R_1 \\ R_2 \\ R_3}} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & | & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_3} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & | & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Subject:

Year. Month. Date. ()

$$R_1 - R_2 \rightarrow R_1 \quad \begin{array}{l} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ 2R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right]$$

~~$$R_1 + 2R_2 \rightarrow R_1 \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right]$$~~

$$R_1 + 2R_2 \rightarrow R_1 \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right]$$

$$\frac{1}{2}R_2 \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right]$$

$$R_2 + R_3 \rightarrow R_2 \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -1 & 1 \end{array} \right]$$

~~$$R_2 - R_3 \rightarrow R_2$$~~

$$R_2 - R_3 \rightarrow R_2 \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -1 & 1 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{2R_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & 2 \end{array} \right]$$

I $B = A^{-1}$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

نتیجه

خواص وارون ماتریس (اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر باشند)

① ماتریس حاصل ضرب AB وارون پذیر است و

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$

② معکوس وارون A وارون پذیر است.

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$

③ وارون وارون ماتریس برابر خود A است.

$$(\bar{A}^{-1})^{-1} = A$$

④ در مینور وارون ماتریس A برابر معکوس در مینور A است.

$$\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$$

۳۳

Subject:

Year:

Month:

Date:

()

مثال: بدون محاسبه A^{-1} (روشین آن را بدست آورید)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

چون $\det A = -5$ بنابراین

$$\det A^{-1} = \frac{1}{\det A} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$$

مثال: بفرض $ad - bc \neq 0$ واردين معرّضين زير را بدست آوريد (الغايه)

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{adj} A$$

$$\det A = ad - bc$$

$$\text{adj} A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$